Chapitre 3 : Les notions de base de la géométrie dans le plan

Professeur : Ismail OUDAHA

Plan de cours

1. Les figures géométriques usuelles
2. Appartenance, Alignement
3. Positions de deux droites
4. Propriétés
5. Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite

I - Les figures géométriques usuelles :

I - Les figures géométriques usuelles :

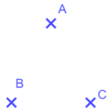
Activité :

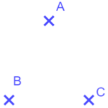
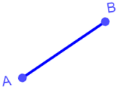
I - Les figures géométriques usuelles :

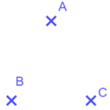
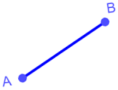
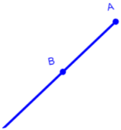
Activité :

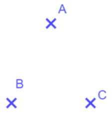
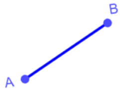
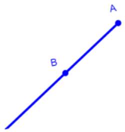
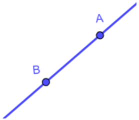
1. Construire une droite (D).
2. Construire une demi-droite $[AB)$.
3. Construire un segment $[MN]$.

	Point	Segment	Demi-Droite	Droite
Représentation				
Symbole				
Signification				

	Point	Segment	Demi-Droite	Droite
Représentation				
Symbole	A , B , C			
Signification	Le point est l'élément le plus simple de la géométrie			

	Point	Segment	Demi-Droite	Droite
Représentation				
Symbole	A , B , C	[A,B]		
Signification	Le point est l'élément le plus simple de la géométrie	A et B sont les extrémités du segment [A, B]		

	Point	Segment	Demi-Droite	Droite
Représentation				
Symbole	A , B , C	[A,B]	[A,B)	
Signification	Le point est l'élément le plus simple de la géométrie	A et B sont les extrémités du segment [A, B]	Demi-droite d'origine A et passant par le point B	

	Point	Segment	Demi-Droite	Droite
Représentation				
Symbole	A , B , C	[A,B]	[A,B)	(A, B) , (Δ)
Signification	Le point est l'élément le plus simple de la géométrie	A et B sont les extrémités du segment [A, B]	Demi-droite d'origine A et passant par le point B	Une droite est illimitée

Remarques :

Remarques :

- Un segment $[A, B]$ est limité, on peut le mesurer et sa longueur ou distance entre A et B se note AB (sans crochets).

Remarques :

- Un segment $[A, B]$ est limité, on peut le mesurer et sa longueur ou distance entre A et B se note AB (sans crochets).
- Une demi-droite $[A, B)$ est limitée d'un seul coté celui de l'origine.

Remarques :

- Un segment $[A, B]$ est limité, on peut le mesurer et sa longueur ou distance entre A et B se note AB (sans crochets).
- Une demi-droite $[A, B)$ est limitée d'un seul coté celui de l'origine.
- Une droite est illimitée des deux cotés.

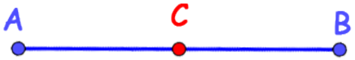
Définition 1 :

Définition 1 :

Le milieu d'un segment $[A, B]$ est le point de $[A, B]$ situé de même distance de A et B.

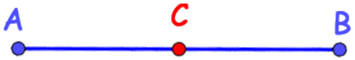
Définition 1 :

Le milieu d'un segment $[A, B]$ est le point de $[A, B]$ situé de même distance de A et B.



Définition 1 :

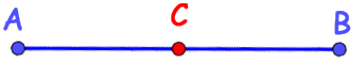
Le milieu d'un segment $[A, B]$ est le point de $[A, B]$ situé de même distance de A et B.



Définition 2 :

Définition 1 :

Le milieu d'un segment $[A, B]$ est le point de $[A, B]$ situé de même distance de A et B.



Définition 2 :

Deux segments qui ont même longueur sont égaux autrement dit ils sont **isométriques**.

Application :

Application :

1. Construire un segment $[A, B]$, tel que $AB = 7\ cm$.
2. Construire E le milieu du segment $[A, B]$.
3. Calculer ,sans utiliser la règle, les distances AE et BE.

II - Appartenance, Alignement :

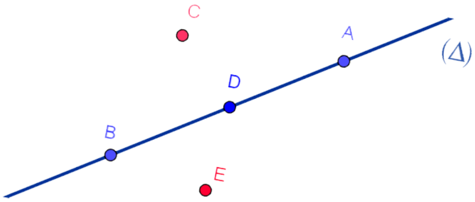
II - Appartenance, Alignement :

Vocabulaires :

II - Appartenance, Alignement :

Vocabulaires :

On considère la figure ci-dessous :



1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).

1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).
   - On dit que les points A, B et D appartiennent à la droite (Δ).

1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).
   - On dit que les points A, B et D appartiennent à la droite (Δ).
   - On écrit : $A \in (\Delta), \quad B \in (\Delta), \quad D \in (\Delta)$

1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).
   - On dit que les points A, B et D appartiennent à la droite (Δ).
   - On écrit : $A \in (\Delta), \quad B \in (\Delta), \quad D \in (\Delta)$
   - On dit aussi que la droite (Δ) passe par les points A, B et D.

1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).
   - On dit que les points A, B et D appartiennent à la droite (Δ).
   - On écrit : $A \in (\Delta), \quad B \in (\Delta), \quad D \in (\Delta)$
   - On dit aussi que la droite (Δ) passe par les points A, B et D.

2. - Les points C et E se trouvent à l'extérieur de la droite (Δ).

1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).
   - On dit que les points A, B et D appartiennent à la droite (Δ).
   - On écrit : $A \in (\Delta), \quad B \in (\Delta), \quad D \in (\Delta)$
   - On dit aussi que la droite (Δ) passe par les points A, B et D.

2. - Les points C et E se trouvent à l'extérieur de la droite (Δ).
   - On dit que les points C et E n'appartiennent pas à la droite (Δ).

1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).
   - On dit que les points A, B et D appartiennent à la droite (Δ).
   - On écrit : $\quad A \in (\Delta), \quad B \in (\Delta), \quad D \in (\Delta)$
   - On dit aussi que la droite (Δ) passe par les points A, B et D.

2. - Les points C et E se trouvent à l'extérieur de la droite (Δ).
   - On dit que les points C et E n'appartiennent pas à la droite (Δ).
   - On écrit : $\quad C \notin (\Delta), \quad E \notin (\Delta)$

1. - Les points A, B et D se trouvent sur la droite (Δ).
   - On dit que les points A, B et D appartiennent à la droite (Δ).
   - On écrit : $A \in (\Delta), \quad B \in (\Delta), \quad D \in (\Delta)$
   - On dit aussi que la droite (Δ) passe par les points A, B et D.

2. - Les points C et E se trouvent à l'extérieur de la droite (Δ).
   - On dit que les points C et E n'appartiennent pas à la droite (Δ).
   - On écrit : $C \notin (\Delta), \quad E \notin (\Delta)$
   - On dit aussi que la droite (Δ) ne passe pas par les points C et E.

Définition :

Définition :

Plusieurs points sont dits **alignés** s'ils appartiennent à la même droite.

Définition :

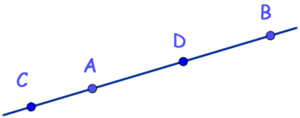
Plusieurs points sont dits **alignés** s'ils appartiennent à la même droite.

Exemples :

Définition :

Plusieurs points sont dits **alignés** s'ils appartiennent à la même droite.

Exemples :

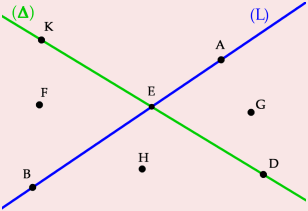


Les points A, B, C et D sont alignés.

Application :

Application :

On considère la figure suivante :



1. Compléter par $\in$ ou $\notin$:

$$E...(\Delta), \quad G...(L), \quad B...(L), \quad K...(\Delta), \quad H...(L)$$

2. Les points K, E et D sont-ils alignés ? justifier votre réponse ?
3. Les points A, G et F sont-ils alignés ? justifier votre réponse ?

Activité :

Activité :

Soient A et B deux points du plan.

1. Tracer une droite (D) passant par A, est-elle unique ?
2. Tracer une droite (Δ) passant par A et B, est-elle unique ?

Propriété :

Propriété :

Par deux points distincts passe une et une seul droite.

Propriété :

Par deux points distincts passe une et une seul droite.

Exemple :

Propriété :

Par deux points distincts passe une et une seul droite.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A et B sont deux points distincts

Propriété :

Par deux points distincts passe une et une seul droite.

Exemple :

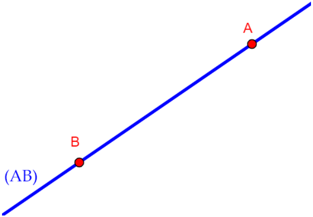
On considère la figure suivante telle que : A et B sont deux points distincts

Propriété :

Par deux points distincts passe une et une seul droite.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A et B sont deux points distincts

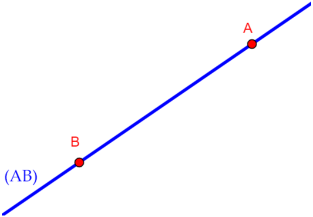


Propriété :

Par deux points distincts passe une et une seul droite.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A et B sont deux points distincts



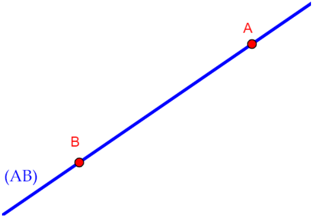
- On remarque que par les points A et B ne passe qu'une seule droite.

Propriété :

Par deux points distincts passe une et une seul droite.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A et B sont deux points distincts



- On remarque que par les points A et B ne passe qu'une seule droite.
- Cette droite porte le nom (AB) ou (BA).

Propriété :

Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A un point

Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A un point

Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

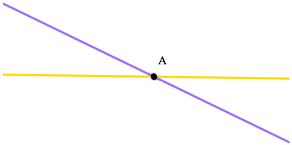
On considère la figure suivante telle que : A un point

Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A un point

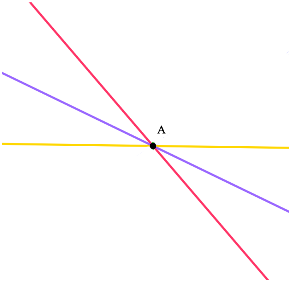


Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A un point

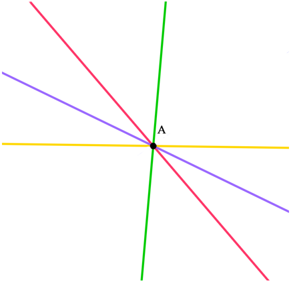


Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A un point

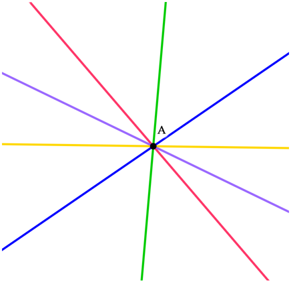


Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A un point

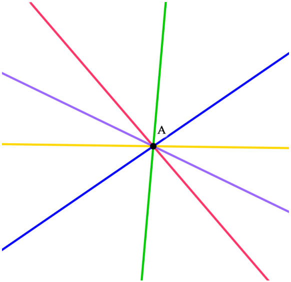


Propriété :

Par un point passe une infinité de droites.

Exemple :

On considère la figure suivante telle que : A un point



On remarque que par le point A passent une infinité de droites (Plusieurs droites).

1) - Droites sécantes :

1) - Droites sécantes :

Définition :

1) - Droites sécantes :

Définition :

Deux droites sécantes sont deux qui n'ont qu'un seul point commun.

1) - Droites sécantes :

Définition :

Deux droites sécantes sont deux qui n'ont qu'un seul point commun.

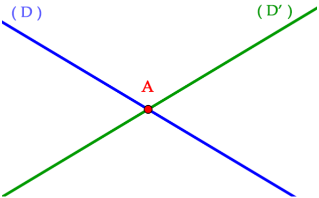
Exemple :

1) - Droites sécantes :

Définition :

Deux droites sécantes sont deux qui n'ont qu'un seul point commun.

Exemple :

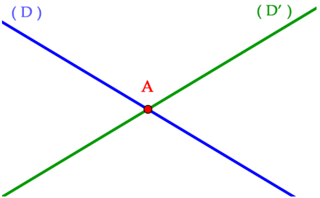


1) - Droites sécantes :

Définition :

Deux droites sécantes sont deux qui n'ont qu'un seul point commun.

Exemple :



On dit que (D) et (D') sont deux droites sécantes en A.

Remarque :

Remarque :

- On appelle A le point d'intersection des deux droites (D) et (D').

Remarque :

- On appelle A le point d'intersection des deux droites (D) et (D').
- Deux droites sécantes sont distinctes.

2) - Droites confondues :

2) - Droites confondues :

Définition :

2) - Droites confondues :

Définition :

Deux droites confondues sont deux droites qui ont plus d'un point commun.

2) - Droites confondues :

Définition :

Deux droites confondues sont deux droites qui ont plus d'un point commun.

Exemple :

2) - Droites confondues :

Définition :

Deux droites confondues sont deux droites qui ont plus d'un point commun.

Exemple :

On considère la figure ci-dessous :

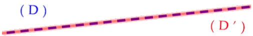
2) - Droites confondues :

Définition :

Deux droites confondues sont deux droites qui ont plus d'un point commun.

Exemple :

On considère la figure ci-dessous :



On dit que (D) et (D') sont deux droites confondues.

3) - Droites perpendiculaires :

3) - Droites perpendiculaires :

Définition :

3) - Droites perpendiculaires :

Définition :

Deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes qui forment un angle droit.

3) - Droites perpendiculaires :

Définition :

Deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes qui forment un angle droit.

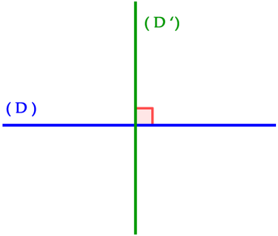
Exemple :

3) - Droites perpendiculaires :

Définition :

Deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes qui forment un angle droit.

Exemple :

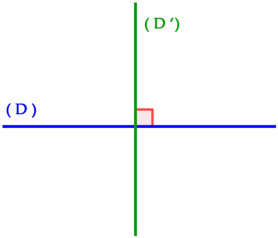


3) - Droites perpendiculaires :

Définition :

Deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes qui forment un angle droit.

Exemple :



On dit que (D) et (D') sont deux droites perpendiculaires.
On écrit : $(D) \perp (D')$

4) - Droites parallèles :

4) - Droites parallèles :

Définition :

4) - Droites parallèles :

Définition :

Deux droites parallèles sont deux droites non sécantes ou confondues.

4) - Droites parallèles :

Définition :

Deux droites parallèles sont deux droites non sécantes ou confondues.

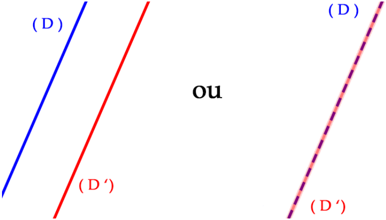
Exemple :

4) - Droites parallèles :

Définition :

Deux droites parallèles sont deux droites non sécantes ou confondues.

Exemple :

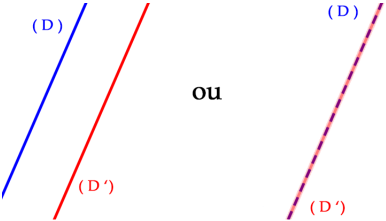


4) - Droites parallèles :

Définition :

Deux droites parallèles sont deux droites non sécantes ou confondues.

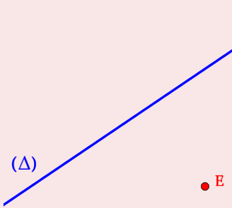
Exemple :



On dit que (D) et (D') sont deux droites parallèles.
On écrit : $(D) \mathbin{/\!/} (D')$

Application :

On considère la figure ci-dessous :



1. Construire la droite (L) passante par E et parallèle à la droite (Δ).
2. Construire la droite (K) passante par E et perpendiculaire à la droite (Δ).

IV) - Propriétés :

IV) - Propriétés :

Propriété 1 :

IV) - Propriétés :

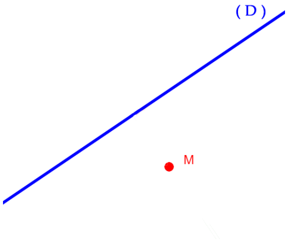
Propriété 1 :

Par un point donné passe une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.

IV) - Propriétés :

Propriété 1 :

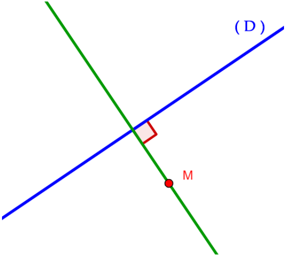
Par un point donné passe une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.



IV) - Propriétés :

Propriété 1 :

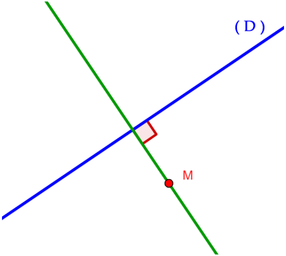
Par un point donné passe une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.



IV) - Propriétés :

Propriété 1 :

Par un point donné passe une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.



Par le point M passe une seule droite perpendiculaire à la droite (D).

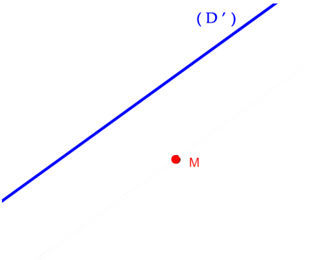
Propriété 2 :

Propriété 2 :

Par un point donné passe une seule droite parallèle à une droite donnée.

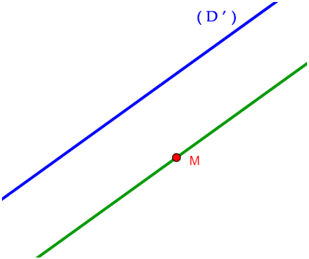
Propriété 2 :

Par un point donné passe une seule droite parallèle à une droite donnée.



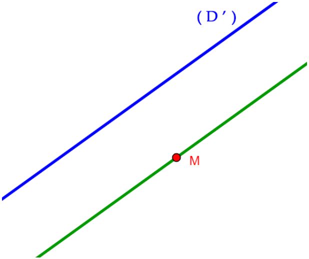
Propriété 2 :

Par un point donné passe une seule droite parallèle à une droite donnée.



Propriété 2 :

Par un point donné passe une seule droite parallèle à une droite donnée.



Par le point M passe une seule droite parallèle à la droite (D).

Propriété 3 :

Propriété 3 :

Si deux droites sont parallèles , alors toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Propriété 3 :

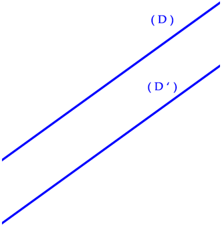
Si deux droites sont parallèles , alors toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

$$\begin{cases} (D) \mathbin{/\!/} (D') \\ \\ (\Delta) \mathbin{/\!/} (D) \end{cases} \Longrightarrow \qquad (D') \mathbin{/\!/} (\Delta)$$

Propriété 3 :

Si deux droites sont parallèles , alors toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

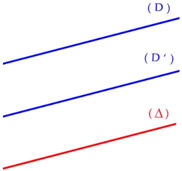
$$\begin{cases} (D) \parallel (D') \\ (\Delta) \parallel (D) \end{cases} \Longrightarrow (D') \parallel (\Delta)$$



Propriété 3 :

Si deux droites sont parallèles , alors toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

$$\begin{cases} (D) \mathbin{/\!/} (D') \\ (\Delta) \mathbin{/\!/} (D) \end{cases} \Longrightarrow (D') \mathbin{/\!/} (\Delta)$$



Propriété 4 :

Propriété 4 :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite , alors elles sont parallèles.

Propriété 4 :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite , alors elles sont parallèles.

$$\begin{cases} (D) \perp (\Delta) \\ (D') \perp (\Delta) \end{cases} \Longrightarrow (D) \mathbin{\backslash\backslash} (D')$$

Propriété 4 :

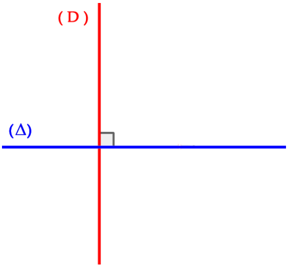
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite , alors elles sont parallèles.

$$\begin{cases} (D) \perp (\Delta) \\ \\ (D') \perp (\Delta) \end{cases} \Longrightarrow \qquad (D) \backslash\backslash (D')$$

Propriété 4 :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite , alors elles sont parallèles.

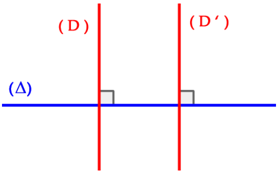
$$\begin{cases} (D) \perp (\Delta) \\ (D') \perp (\Delta) \end{cases} \Longrightarrow (D) \mathbin{\backslash\backslash} (D')$$



Propriété 4 :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite , alors elles sont parallèles.

$$\begin{cases} (D) \perp (\Delta) \\ (D') \perp (\Delta) \end{cases} \Longrightarrow (D) \mathbin{\backslash\backslash} (D')$$



Propriété 5 :

Propriété 5 :

Si deux droites sont parallèles , alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Propriété 5 :

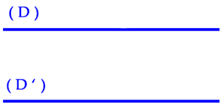
Si deux droites sont parallèles , alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

$$\left\{\begin{array}{l}(D) \mathbin{\backslash\backslash} (D') \\ \\ (\Delta) \perp (D')\end{array}\right. \Longrightarrow \qquad (\Delta) \perp (D)$$

Propriété 5 :

Si deux droites sont parallèles , alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

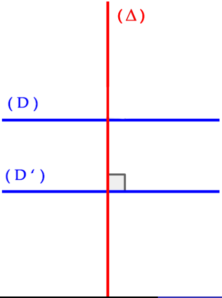
$$\begin{cases} (D) \parallel (D') \\ (\Delta) \perp (D') \end{cases} \Longrightarrow (\Delta) \perp (D)$$



Propriété 5 :

Si deux droites sont parallèles , alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

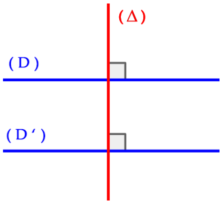
$$\begin{cases} (D) \parallel (D') \\ (\Delta) \perp (D') \end{cases} \Longrightarrow (\Delta) \perp (D)$$



Propriété 5 :

Si deux droites sont parallèles , alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

$$\begin{cases} (D) \parallel (D') \\ (\Delta) \perp (D') \end{cases} \Longrightarrow (\Delta) \perp (D)$$



V) - Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite :

V) - Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite :

Définition :

V) - Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite :

Définition :

Un point H est appelée projeté orthogonal d'un point M sur une droite (D) si :

$$H \in (D) \quad et \quad (HM) \perp (D)$$

V) - Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite :

Définition :

Un point H est appelée projeté orthogonal d'un point M sur une droite (D) si :

$$H \in (D) \quad et \quad (HM) \perp (D)$$

Exemple :

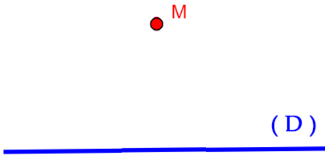
V) - Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite :

Définition :

Un point H est appelée projeté orthogonal d'un point M sur une droite (D) si :

$$H \in (D) \quad et \quad (HM) \perp (D)$$

Exemple :



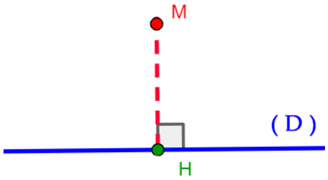
V) - Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite :

Définition :

Un point H est appelée projeté orthogonal d'un point M sur une droite (D) si :

$$H \in (D) \quad et \quad (HM) \perp (D)$$

Exemple :



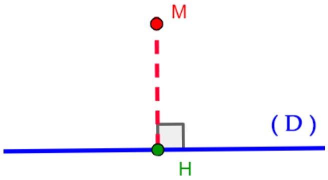
Définition :

Définition :

La distance d'un point M à une droite (D) est la distance MH où H est le projeté orthogonal de M sur (D)

Définition :

La distance d'un point M à une droite (D) est la distance MH où H est le projeté orthogonal de M sur (D)



Application :

Soit (Δ) une droite et soient A et B deux points distincts à l'extérieur de (Δ).

1. Construire O le milieu du segment $[AB]$.
2. Construire E le projeté orthogonal du point A sur la droite (Δ).
3. Construire F le projeté orthogonal du point B sur la droite (Δ).
4. Construire M le projeté orthogonal du point O sur la droite (Δ).